

DANA IOANA ALEXANDRESCU

GABRIELA LAURA FRÎNCU

RODICA MĂRĂCINEANU

ANA ELISABETA NAGHI

IOLANDA POPESCU

LILIANA MARIA TODERIUC

GABRIEL VRÎNCEANU

CAIET DE VACANȚĂ

Matematică

CLASA A V-A

CUPRINS

<i>Cuvânt-înainte</i>	3
Tema 1 – Numerele naturale: scrierea, reprezentarea pe axă, aproximarea	4
Tema 2 – Adunarea și scăderea numerelor naturale	7
Tema 3 – Înmulțirea numerelor naturale	10
Tema 4 – Puteri cu exponent număr natural.....	13
Tema 5 – Compararea puterilor numerelor naturale	16
Tema 6 – Împărțirea cu rest a numerelor naturale.....	19
Tema 7 – Ordinea operațiilor cu numere naturale.....	22
Tema 8 – Divizibilitatea numerelor naturale; divizori și multipli	25
Tema 9 – Sume de numere naturale	28
Tema 10 – Media aritmetică a numerelor naturale.....	31
Tema 11 – Ecuatii și inecuatii în mulțimea numerelor naturale	34
Tema 12 – Metode de rezolvare a problemelor	37
Tema 13 – Mulțimi – definiții.....	40
Tema 14 – Mulțimi finite și mulțimi infinite	43
Tema 15 – Operații cu mulțimi.....	46
Tema 16 – Frațiile în raport cu numărul 1	49
Tema 17 – Frații și procente	52
Tema 18 – Amplificarea și simplificarea fracțiilor	55
Tema 19 – Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axă.....	58
Tema 20 – Frații zecimale finite	61
Tema 21 – Frații zecimale: comparare, ordonare, reprezentare.....	64
Tema 22 – Operații cu fracții zecimale	67
Tema 23 – Frații zecimale cu exponent număr natural.....	70
Tema 24 – Împărțirea numerelor naturale	73
Tema 25 – Împărțirea fracțiilor zecimale finite	76
Tema 26 – Ordinea operațiilor cu fracții zecimale	79
Tema 27 – Media aritmetică a fracțiilor zecimale	82
Tema 28 – Ecuatii și inecuatii cu fracții zecimale.....	85
Tema 29 – Unități de măsură pentru lungime, arie, volum	88
Tema 30 – Unități de măsură pentru capacitate, masă, timp	91
<i>Indicații și răspunsuri</i>	94

Numerele naturale: scrierea, reprezentarea pe axă, aproximarea

În această temă ne vom aminti despre:

- ✓ scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal;
- ✓ șirul numerelor naturale;
- ✓ reprezentarea numerelor naturale pe axă;
- ✓ compararea, aproximarea și ordonarea numerelor naturale;
- ✓ probleme de estimare.



Numerele naturale se scriu cu ajutorul **cifrelor arabe**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Șirul numerelor naturale este: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, ...

Tabelul de numerație este:

Clasa	Clasa miliardelor			Clasa milioaneilor			Clasa miilor			Clasa unităților		
Ordinul	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Ordinul în clasă	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități
Exemplu						4	6	2	0	3	8	1

Scriem și citim numărul din tabel: 4 620 381 ↔ patru milioane șase sute douăzeci de mii trei sute optzeci și unu.

Aproximarea prin lipsă până la zeci (sute, mii etc.) este cel mai mare număr, mai mic sau egal cu numărul respectiv, format numai din zeci (respectiv, sute, mii etc.).

Aproximarea prin adaos până la zeci (sute, mii etc.) este cel mai mic număr, mai mare sau egal cu numărul respectiv, format numai din zeci (sute, mii etc.).

Rotunjirea până la zeci (sute, mii etc.) este aproximarea prin lipsă sau prin adaos cea mai apropiată de numărul respectiv; în cazul în care sunt la fel de apropiate, se consideră aproximarea prin adaos.

1. Completați cu cifrele numerelor de mai jos în tabelul de numerație:

- a) 4 940 345 234; b) 2 938 300; c) 235 452 101; d) 200 200 020 000.



	Clasa miliardelor			Clasa milioaneilor			Clasa miilor			Clasa unităților		
	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități
a)												
b)												
c)												
d)												

2. Completați cu unul dintre semnele < sau >:

- a) 444 456 565 — 444 565 656; b) 5 768 — 5 786; c) 124 312 — 99 899.

3. Care este cel mai mic număr natural scris cu 6 cifre, în care cifra zecilor de mii este 8, iar cifra unităților din clasa unităților este 7?

Dar cel mai mare?

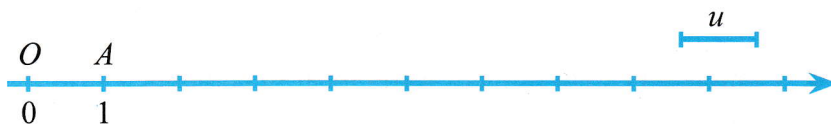
4. Completați tabelul:

Numărul	Aproximarea la nivelul zecilor		Aproximarea la nivelul miilor		Aproximarea la nivelul sutelor	
	prin lipsă	prin adaos	prin lipsă	prin adaos	prin lipsă	prin adaos
56 834						
245 026						
45 248 467						

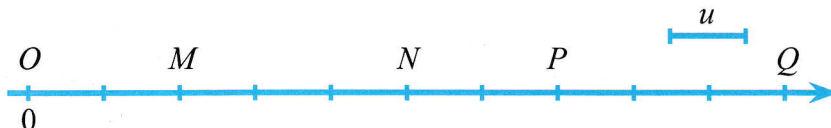
5. Scrieți cu ajutorul cifrelor următoarele numere:

- a) două mii șapte; _____
 b) un milion patru sute șaiszeci de mii trei sute opt; _____
 c) cinci miliarde douăzeci și unu de mii trei. _____

6. a) Reprezentați pe axa numerelor punctele: $B(3)$, $C(5)$, $D(7)$, $E(10)$.

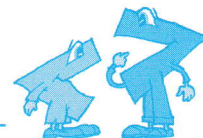


b) Scrieți coordonatele punctelor M , N , P , Q reprezentate pe axă.



7. Determinați toate cifrele care, înlocuindu-l pe n , verifică:

- a) $\overline{n37n} > 6\,375$; b) $\overline{49n2} < 4\,941$.



8. Scrieți toate numerele de forma $\overline{abcd}$, cu cifrele a, b, c și d consecutive și $a < b < c < d$.

9. Ștergând o cifră a numărului 349 518 791, care este numărul rămas, știind că este cel mai mare posibil? Dar dacă se știe că numărul rămas este cel mai mic posibil?

10. De câte ori utilizăm cifra 5 pentru a scrie toate numerele de trei cifre? Dar cifra 0?



11. Se consideră numărul 1234567891011121314...201120122013.

- a) Câte cifre are acest număr?
 b) Suprimați 100 de cifre astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare posibil.
 c) Suprimați 100 de cifre astfel încât numărul rămas să fie cel mai mic posibil.



Să ne jucăm!



1. Folosind o singură cifră, Andreea a notat prescurtat unele date din calendar sub forma: 1.1.11 pentru 1 ianuarie 2011 sau 22.2.22 pentru 22 februarie 2022. De câte ori, într-un secol, data se poate nota în acest mod?

2. Completați careul următor astfel încât să compuneți șirul numerelor naturale cu secvențe orizontale sau verticale (nu și oblice) formate din numere consecutive.

72						100			
		77			84				
			1			88		94	
69		65		61	4				
							11		
		51							
	41					8	21		15
				56		30		24	
45		37							



Adunarea și scăderea numerelor naturale



În această temă ne vom aminti despre:

- ✓ proprietățile adunării numerelor naturale;
- ✓ proprietățile scăderii numerelor naturale.

Numerele care se adună se numesc **termenii adunării**, iar rezultatul adunării se numește **sumă**. Numărul din care se scade se numește **descăzut**, cel care se scade se numește **scăzător**, iar rezultatul scăderii se numește **diferență**.

Proprietățile adunării și scăderii numerelor naturale:

1. Suma a două numere naturale este tot un număr natural.
2. Diferența a două numere naturale este număr natural dacă descăzutul este mai mare sau egal cu scăzătorul.
3. Dacă $a + b = c$, atunci $a = c - b$ și $b = c - a$.
4. **Comutativitatea adunării:** $a + b = b + a$ pentru orice numere naturale a și b .
5. **Asociativitatea adunării:** $(a + b) + c = a + (b + c)$ pentru orice numere naturale a , b și c .
6. **Elementul neutru al adunării:** $a + 0 = 0 + a = a$ pentru orice număr natural a ; 0 este element neutru.
7. **Adunând sau scăzând același număr natural în ambii membri ai unei egalități, egalitatea se păstrează:** Dacă $a = b$, atunci $a + c = b + c$ și $a - c = b - c$ în cazul în care $c \leq a$.
8. **Adunând sau scăzând același număr natural în ambii membri ai unei inegalități, inegalitatea se păstrează:** Dacă $a < b$, atunci $a + c < b + c$ și $a - c < b - c$ în cazul în care $c \leq a$.
9. **Se pot aduna și scădea două egalități:** Din $a = b$ și $c = d$, rezultă $a + c = b + d$ și $a - c = b - d$, dacă $c \leq a$.
10. **Se pot aduna doar două inegalități de același sens:** Dacă $a < b$ și $c < d$, rezultă $a + c < b + d$.
11. Avem $a - (b - c) = a - b + c$, dacă $b \leq a$ și $c \leq b$.
12. Avem $a - (b + c) = a - b - c$, dacă $b + c \leq a$.

1. Calculați:

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| a) $456 + 253 =$ _____; | e) $4\,980 - 345 =$ _____; |
| b) $3\,678 + 298 =$ _____; | f) $476 + 346 + 298 =$ _____; |
| c) $706\,895 + 4\,074 =$ _____; | g) $3\,567 + 234 - 169 =$ _____; |
| d) $5\,609 - 2\,346 =$ _____; | h) $5\,786 - 1\,435 - 987 =$ _____. |

2. Completați rezultatele operațiilor:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $47 - (30 - 3) =$ _____; | e) $463 - 256 - 44 =$ _____; |
| b) $47 - 30 + 3 =$ _____; | f) $463 - (256 + 44) =$ _____; |
| c) $258 - (120 - 38) =$ _____; | g) $578 - 378 - 89 =$ _____; |
| d) $258 - 120 + 38 =$ _____; | h) $578 - (378 + 89) =$ _____. |

3. Completați tabelul alăturat:

a	522	90			
b	345		100		
a + b		258			5 000
a + 478			880	500	500
b - 68				70	



4. Folosind proprietățile adunării și scăderii, calculați sumele:

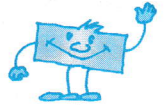
a) $S_1 = 14 + 58 + 42 + 86;$

b) $S_2 = 338 + 413 + 44 + 287 + 862 + 56;$

c) $S_3 = (74 + 37) + 159 + 63 + (841 + 26);$

d) $S_4 = 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2\,013 - 2 - 4 - 6 - 8 - \dots - 2\,012;$

e) $S_5 = 1\,000 + 999 - 998 - 997 + 996 + 995 - 994 - 993 + \dots + 4 + 3 - 2 - 1.$



5. a) Scrieți numărul 7 ca sumă de două numere naturale. Câte soluții are problema?

b) Scrieți numărul 7 ca sumă de opt numere naturale.



6. Kilometrajul de la bordul unei mașini arată 23 935 km. Peste câți kilometri bordul mașinii va arăta, pentru prima dată, un număr egal cu răsturnatul său?

7. Diferența a două numere este 443. Dacă unul dintre numere este 2 013, aflați cât este al doilea.

8. Ana, Cristiana și Daria au suma vârstelor egală cu 29. Care va fi suma vârstelor lor peste 4 ani?

9. Calculați suma: $S = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{2\,013 \text{ ori}}.$



10. Pe o tablă sunt scrise numerele de la 1 la 10. Nouă elevi participă la următorul joc: primul elev șterge două numere și pune în locul lor suma acestora mărită cu 1, al doilea elev șterge două numere și pune în locul lor suma acestora mărită cu 2, al treilea elev șterge două numere și pune în locul lor suma acestora mărită cu 3 și așa mai departe până la ultimul elev. Ce număr rămâne pe tablă la terminarea jocului? (Fiecare elev joacă o singură dată).



Să ne jucăm!

1. Determinați regula de scriere a termenilor următorului șir: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...
Scriind mai mulți termeni, veți afla anul în care Mihai Viteazul a încheiat pacea cu turcii.
Care este acesta?



2. Înlocuiți literele cu cifre astfel încât să reconstituiți adunările:

$$\begin{array}{r} \text{APA} + \\ \text{PA} \\ \text{A} \\ \hline 592 \end{array}$$

A

P

Verificare: _____

$$\begin{array}{r} \text{MARE} + \\ \text{ARE} \\ \text{RE} \\ \text{E} \\ \hline 9016 \end{array}$$

M

A

R

E

Verificare: _____

$$\begin{array}{r} \text{SOARE} + \\ \text{OARE} \\ \text{ARE} \\ \text{RE} \\ \text{E} \\ \hline 90630 \end{array}$$

S

O

A

R

E

Verificare: _____

3. Plasați restul numerelor de la 1 la 9 în cerculețele libere pentru a obține pe orizontală și pe verticală suma indicată în pătratele de pe margine. Puteți folosi fiecare număr doar o singură dată.

	1		12
			14
4	7		19
19	13	13	



Înmulțirea numerelor naturale



Înmulțirea este o adunare repetată. Numerele care se înmulțesc se numesc **factori**, iar rezultatul înmulțirii se numește **produs**.

Proprietățile înmulțirii numerelor naturale:

- Comutativitatea:** $a \cdot b = b \cdot a$, pentru orice numere naturale a și b .
- Asociativitatea:** $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, pentru orice numere naturale a , b și c .
- Elementul neutru:** $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, pentru orice număr natural a (numărul 1 este element neutru).
- Distributivitatea înmulțirii față de adunare și de scădere:**
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ și $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, pentru orice numere naturale a , b și c .
Observație: Scrierea distributivității sub forma $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ sau $a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$ poartă numele de **scoaterea factorului comun**.
- Dacă $a = b$, atunci $a \cdot c = b \cdot c$, pentru orice numere naturale a , b și c .
- Dacă $a < b$, atunci $a \cdot c < b \cdot c$, pentru orice numere naturale a , b și c , cu $c \neq 0$.
- Din $a = b$ și $c = d$, atunci $a \cdot c = b \cdot d$, pentru orice numere naturale a , b , c și d .
- Dacă $a < b$ și $c < d$, atunci $a \cdot c < b \cdot d$, pentru orice numere naturale a , b , c și d .
- Produsul oricărui număr cu 0 este egal cu 0: $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$ (se spune că 0 este element absorbant).
- Un număr par este de forma $2k$ și un număr impar este de forma $2k + 1$, cu k număr natural oarecare.
- Produsul primelor n numere naturale nenule se notează cu $n!$ și se citește „ n factorial”. Prin convenție, $0! = 1$.

În această temă ne vom aminti despre:
✓ proprietățile înmulțirii numerelor naturale.

1. Calculați:

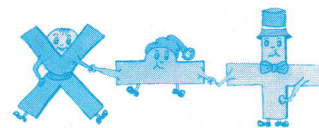
- a) $6 \cdot 13 =$ _____; d) $72 \cdot 31 =$ _____; g) $345 \cdot 450 =$ _____;
 b) $23 \cdot 4 =$ _____; e) $101 \cdot 14 =$ _____; h) $689 \cdot 490 =$ _____;
 c) $18 \cdot 10 =$ _____; f) $97 \cdot 48 =$ _____; i) $40\,056\,009 \cdot 20\,013 =$ _____.

2. Calculați, utilizând proprietățile de asociativitate și comutativitate ale înmulțirii:

- a) $298 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 2 =$ _____; b) $25 \cdot 80 \cdot 57 \cdot 4 \cdot 5 =$ _____; c) $2\,987 \cdot 3\,428 \cdot 16 \cdot 0 =$ _____.

3. Calculați mai simplu, folosind factorul comun:

- a) $16 \cdot 8 + 16 \cdot 2 =$ _____;
 b) $29 \cdot 54 + 29 \cdot 46 =$ _____;
 c) $14 \cdot 16 - 14 \cdot 6 =$ _____;
 d) $83 \cdot 273 - 273 \cdot 63 =$ _____;
 e) $12 \cdot 19 + 3 \cdot 4 =$ _____.



4. Calculați folosind regula exemplificată mai jos, apoi completați rezultatul.

Exemple: $27 \cdot 11 = 27 \cdot (10 + 1) = 27 \cdot 10 + 27 = 270 + 27 = 297$;

$48 \cdot 19 = 48 \cdot (20 - 1) = 48 \cdot 20 - 48 = 960 - 48 = 912$.

- a) $36 \cdot 11 =$ _____; c) $25 \cdot 41 =$ _____; e) $130 \cdot 29 =$ _____;
 b) $47 \cdot 21 =$ _____; d) $125 \cdot 19 =$ _____; f) $88 \cdot 101 =$ _____.

5. Într-un blister de medicamente sunt 6 folii de tablete. Fiecare folie conține 15 tablete. Blisteretele sunt ambalate în cutii conținând câte 20 de blistere. Determinați câte tablete se află în 15 cutii.

6. Circuitul de Formula 1 din Catalonia de la Montmelo are lungimea de 4 655 m și trebuie parcurs de 66 de ori. Câți metri parcurge un pilot care termină cursa?

7. Daria și bunica ei plantează flori. Daria plantează 3 rânduri de flori, iar pe fiecare rând pune câte 15 flori. Bunica plantează 15 rânduri de flori, iar pe fiecare rând pune câte 3 flori.

a) Câte flori a plantat Daria? Câte flori a plantat bunica?

b) Ce proprietate a înmulțirii reiese din cele două rezultate?

8. a) Scrieți numărul 15 ca un produs de două numere naturale distincte. Scrierea este unică?

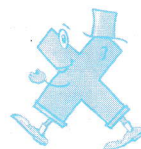
b) Scrieți numărul 15 ca un produs de trei numere naturale distincte.

c) Scrieți numărul 15 ca un produs de 2013 numere naturale. Ce proprietate a înmulțirii ați aplicat la această cerință?

9. a) Determinați ultima cifră a produsului: $2\,012 \cdot 2\,013 \cdot 2\,014$.

b) Determinați ultima cifră a produsului: $2\,012 \cdot 2\,013 \cdot \dots \cdot 2\,019$.

c) În câte zerouri se termină produsul primelor 50 de numere naturale?



10. Dacă $a = 23$ și $b + c = 9$, calculați:

a) $ab + ac =$ _____;

c) $ab + ac - 48 =$ _____;

e) $23b + ac =$ _____;

b) $5a + 3b + 3c =$ _____;

d) $9b + 9c - 3a =$ _____;

f) $9a - 23b - 23c =$ _____.

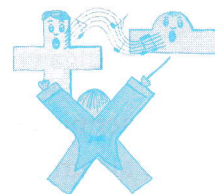
11. Efectuați calculele. Ce observați?

$6 \cdot 7 =$ _____

$66 \cdot 67 =$ _____

$666 \cdot 667 =$ _____

$6\,666 \cdot 6\,667 =$ _____



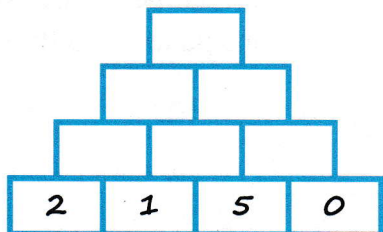


Să ne jucăm!

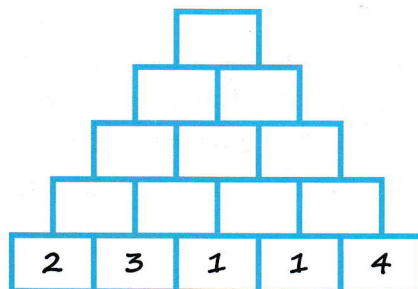
1. Piramida înmulțirii

În fiecare casetă scriem produsul celor două numere situate în casetele aflate sub aceasta. Aflați numărul situat în vârful piramidelor.

a)



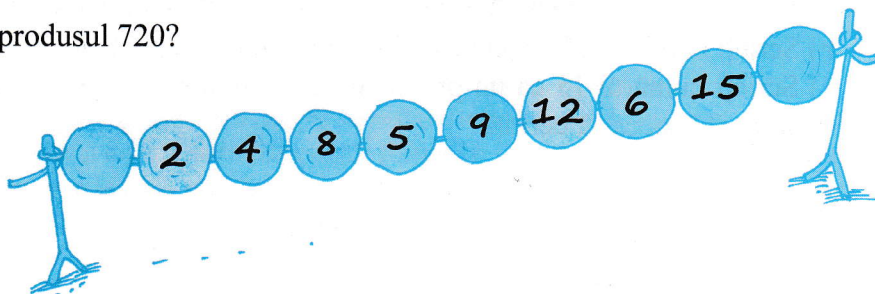
b)



2. Obiectivul 720

Cu ce bile putem obține produsul 720?

Găsiți mai multe soluții.



3. Înmulțirea musulmană

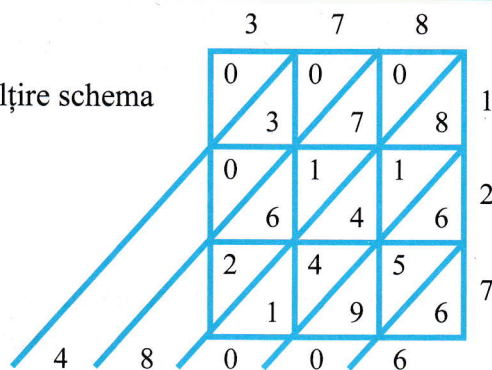
În Evul Mediu, matematicienii arabi foloseau la înmulțire schema de calcul expusă alături.

Exemplu: $378 \cdot 127 = 48\ 006$.

Studiați această metodă și utilizați-o pentru a calcula:

a) $472 \cdot 43$; b) $7\ 203 \cdot 241$.

Indicație: În careu se completează cu produsele cifrelor care alcătuiesc cei doi factori astfel încât cele două cifre să fie despărțite de diagonala căsuței. La sfârșit se adună de la dreapta spre stânga cifrele înscrise pe intervalele oblice.



4. Determinați numărul care lipsește din careul de alături:

11	12	13	14	24
1	11	111	1 111	1
93	92	91	90	0
212	2 112	21 112	211 112	?